

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
SUCEAVA
19 februarie 2017
CLASA a VI-a

1. a) (4p) Arătați că $P + Q < 1009$, dacă $P = \frac{1+2+2^2}{2 \cdot 3} + \frac{1+4+4^2}{4 \cdot 5} + \frac{1+6+6^2}{6 \cdot 7} + \dots + \frac{1+2016+2016^2}{2016 \cdot 2017}$
și $Q = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{2015 \cdot 2016}$.

b) (3p) Determinați $a \in \mathbb{N}$, $a > 1$ știind că $a^{2017} + 7$ este divizibil cu $a - 1$.

2. (7p) Determinați numerele de forma \overline{abcd} , scrise în baza zece, care îndeplinesc simultan condițiile: (i) $(\overline{ab}, \overline{cd}) = 1$; (ii) $(\overline{ab}, \overline{cd} - 2) = 5$; (iii) $\frac{\overline{cd} - 2}{\overline{ab}} = 0,75$. Prin (m, n) s-a notat cel mai mare divizor comun al numerelor m și n .

3. Fie triunghiul isoscel MAC , cu unghiul AMC obtuz. Pe laturile $[MA]$ și $[MC]$ se consideră punctele V , respectiv I astfel încât $\sphericalangle MAI \equiv \sphericalangle MCV$. Arătați că:

a) (3p) $[VA] \equiv [IC]$;

b) (4p) $[MB]$ este bisectoarea unghiului AMC , unde $\{B\} = AI \cap CV$.

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.

2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.

3. Timp de lucru 2 ore.